منصة يَلو
التعليمية

الرياضيات

كتاب التأسيس

2026



فهرس تأسيس يلو للرياضيات

هذه مجرد عينة من كتاب تأسيس يلو 26 ، للحصول على الكتب كاملة يمكنك الاشتراك من خلال الرابط:
https://yellowqt.com/ar/xvDVKAY

رياضيات أولى ثانوي

الدرس	رقم الصفحة
1. التبرير والبرهان	5
2. المسلمات والعلاقات الهندسية	7
3. المستقيم	9
4. المثلث	11
5. المضلعات والأشكال الرباعية	14
6. التشابه	17
7. التحويلات الهندسية	19
8. الدائرة	21

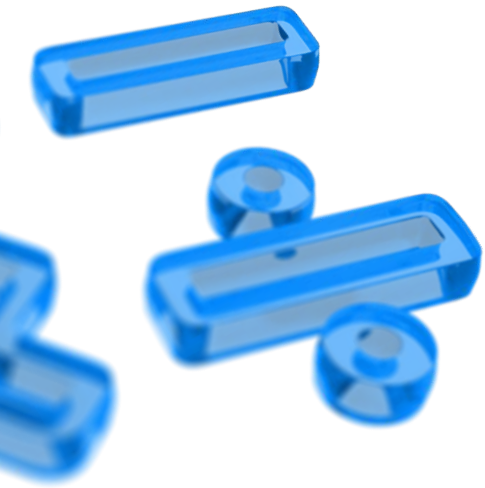
رياضيات ثاني ثانوي

الدرس	رقم الصفحة
9. الأعداد الحقيقية والدوال	25
10. دوال خاصة	27
11. المتباينات	29
12. المصفوفات	30
13. الأعداد المركبة والمعادلة التربيعية	32
14. كثيرات الحدود	34
15. العمليات على الدوال	38
16. الدالة الجذرية	39
17. العلاقات والدوال النسبية	40
18. المتتابعات والمتسلسلات	42
19. نظرية ذات الحدين	45
20. الاحتمالات	46
21. حسابات المثلثات	50

رياضيات ثالث ثانوي

الدرس	رقم الصفحة
22. تحليل الدوال	55
23. الدوال الأسية واللوغاريتمية	64
24. المتطابقات المثلثية	68
25. القطوع	72
26. المتجهات	77
27. الإحداثيات القطبية والديكارتية	81
28. الإحصاء	85
29. النهايات	89
30. الاشتقاق والتكامل	92
31. إثراء	95





الرياضيات

أولى ثانوي

%00

بسم الله نبدأ

البدايـة هي أهـم خطوة نحو الإنجـاز. انطلق بثقة
فـي هـذه المـادة، وكل جهـد تبذله الآن سـيكون
حجر الأساس لنجاحك فيها بإذن الله.

تـم بـذل مجهود كبير لإخراج الملف بشـكل يليـق بطلابنا الأعزاء، لذا نرجو تقدير جهودنا ومُراقبة الله أولًا، حيـثُ أننـا **لا نحلـل ولا نسـمح** بنشـر الملـف أو أجـزاء منـه أو مذاكرتـه دون شـرائه، ويحـق للمنصـة اتخـاذ الاجـراءات القانونيـة اللازمة إذا اتضح خلاف ذلك كـون الملفات محميـة بنظام الملكية الفكرية السـعودية.
(علمًا أنه لا مانع من مشـاركة صورة معلومة للسـؤال عنها أو شـرحها وما شـابه)

yellowqt_sa

+966 55 260 7852

شـارك إنجازك بصورة ومنشنّا

التبرير والبرهان

مزيد من الأمثلة في الشرح

الأنماط

المتتابعة: مجموعة من الأعداد أو الأشياء المرتبة وفق نمط معين.

عددية	$4, 10, 18, 28, 40, \ldots$
شكلية	○ ◎ ◉ .....

المثال المضاد

المقصود به: حالة أو مثال نثبت به أن العبارة غير صحيحة دائمًا، وقد يكون عددًا أو رسمًا أو عبارة.

مثال «إذا كان x عددًا صحيحًا فإن $-x$ عدد موجب» ، ما المثال المضاد للعبارة السابقة؟

الحل نضع $x = 2$ ..

ليس موجب $-x = -(2) = -2$

$\therefore$ 2 مثال مضاد للعبارة السابقة

تجميعات 1 أي مما يلي مثالًا مضادًا لـ "إذا كان n عددًا أوليًا فإن $n+1$ ليس أوليًا" ؟

أ $n = 2$ ب $n = 3$ ج $n = 5$ د $n = 7$

العبارة

المقصود بها: جملة خبرية لها حالتان فقط إما صحيحة أو خاطئة يرمز لها بأحد الرموز ... p, q, s, r ، وقد تكون ..

عبارة صائبة (T)	عبارة خاطئة (F)
يَلو المصدر الأفضل	$4^2 = 8$

نفي العبارة: العبارة الصائبة (T) نفيها عبارة خاطئة (F) ، والعكس صحيح، ويرمز له بـ ($\sim$)، ونفي العبارة لا يعني تصحيح الخطأ إن وجد فمثلًا ..

إذا كان رمز عبارة ما p فإن نفيها ($\sim p$) ، وتقرأ «نفي p» أو «ليس p»

العبارة المركبة

المقصود بها: عبارة تحوي عبارتين أو أكثر باستعمال الرابط (و) أو الرابط (أو).

عبارة الوصل (و)	عبارة الفصل (أو)
$p \wedge q$	$p \vee q$
صائبة في حالة واحدة: عندما تكون العبارتين p, q صائبتين، وخاطئة فيما عدا ذلك	خاطئة في حالة واحدة: عندما تكون العبارتين p, q خاطئتين، وصائبة فيما عدا ذلك
«يَلو المصدر الأفضل» **و** «قياس الزاوية القائمة $90°$» عبارة صائبة (T) لأن العبارتين صائبتان	«جدة عاصمة المملكة» **أو** «قياس الزاوية القائمة $90°$» عبارة صائبة (T) لأن العبارة الأولى خاطئة والثانية صائبة

مثال p و q عبارتان خاطئتان، فأي العبارات التالية صائب؟

أ $p \wedge q$ ب $p \vee q$ ج $\sim q \wedge p$ د $\sim q \vee p$

الحل بما أن العبارتين خاطئتان فإننا نستبعد الخياران أ و ج لأن في عبارة الوصل يجب أن تكون العباراتان صائبتين.
في الخيار ب في عبارة الفصل إذا كانت العبارتان خاطئتين فإن العبارة الناتجة تكون خاطئة؛ ومنه فإن الخيار الصحيح د .

تجميعات 2 العبارة p صحيحة والعبارة q خاطئة، فأي العبارات التالية خاطئة؟

أ $p \wedge q$ ب $p \vee q$ ج $p \wedge \sim q$ د $p \vee \sim q$

العبارة الشرطية

تكوينها	فرض معطى (p) ونتيجة (q)
رمزها	$p \rightarrow q$
قراءتها	إذا كان p فإن q
مثال	إذا كانت الزاوية حادة فإن قياسها $90°$
حالاتها	خاطئة في حالة واحدة: إذا كان الفرض صائب والنتيجة خاطئة، وصائبة فيما عدا ذلك

مثال حدد الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية «إذا كان لمضلع ستة أضلاع فإنه سداسي».

الحل **الفرض:** مضلع له ستة أضلاع ، **النتيجة:** المضلع سداسي

جدول قيم الصواب

$p \rightarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge q$	q	p
T	T	T	T	T
F	T	F	F	T
T	T	F	T	F
T	F	F	F	F

مثال إذا كانت p صحيحة و q خاطئة، فأي العبارات التالية خاطئ؟

أ $p \vee q$ ب $p \wedge \sim q$ ج $p \rightarrow q$ د $q \rightarrow p$

الحل بما أن $p = \text{T}$ و $q = \text{F}$ ؛ وبتجربة الخيارات ..

أ خيار خاطئ $\quad p \vee q \Rightarrow \text{T} \vee \text{F} = \text{T}$

ب خيار خاطئ $\quad p \wedge \sim q \Rightarrow \text{T} \wedge \sim\text{F} \Rightarrow \text{T} \wedge \text{T} = \text{T}$

ج خيار صحيح $\quad p \rightarrow q \Rightarrow \text{T} \rightarrow \text{F} = \text{F}$

د خيار خاطئ $\quad q \rightarrow p \Rightarrow \text{F} \rightarrow \text{T} = \text{T}$

تجميعات 3 إذا كانت العبارة $p \rightarrow q$ خاطئة، والعبارة p : 2 عدد زوجي، فإن q ..

أ 5 عدد فردي ب 3 عدد زوجي

ج 5 ليس عدد زوجي د 3 عدد فردي

العبارات الشرطية المرتبطة

العبارة	مكوناتها	أمثلة
الشرطية $p \to q$	فرض مُعطى ونتيجة	إذا كان المثلث متطابق الأضلاع فإنه متطابق الزوايا
العكس $q \to p$	تبديل الفرض مع النتيجة	إذا كان المثلث متطابق الزوايا فإنه متطابق الأضلاع
المعكوس $\sim p \to \sim q$	نفي الفرض والنتيجة	إذا لم يكن المثلث متطابق الأضلاع فإنه ليس متطابق الزوايا
المعاكس الإيجابي $\sim q \to \sim p$	نفي الفرض والنتيجة في عكس العبارة الشرطية	إذا لم يكن المثلث متطابق الزوايا فإنه ليس متطابق الأضلاع

مثال ما هو المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية: «إذا كان الحيوان أسدًا فإنه قط يستطيع أن يزأر»؟

الحل

العبارة	إذا كان الحيوان أسدًا فإنه قط يستطيع أن يزأر
عكسها	إذا كان الحيوان قِطًا يستطيع أن يزأر، فإنه يكون أسدًا
المعاكس الإيجابي	إذا كان الحيوان قِطًا لا يستطيع أن يزأر، فإنه لا يكون أسدًا

تجميعات

المعاكس الإيجابي للعبارة $q \to \sim p$ هو ..

4 أ $\sim p \to \sim q$ ب $\sim q \to p$ ج $\sim q \to \sim p$ د $p \to q$

تجميعات

أي العبارات التالية ترمز لعكس العبارة $p \to q$ ؟

5 أ $\sim p \to q$ ب $\sim q \to \sim p$ ج $\sim p \to \sim q$ د $q \to p$

العبارات المتكافئة المنطقية

المقصود بها: هي عبارات لها نفس قيم الصواب (صائبة معًا أو خاطئة معًا)، ومن أمثلتها ..

1. العبارة الشرطية ومعاكسها الإيجابي.
2. عكس العبارة الشرطية ومعكوسها.
3. $\sim(p \wedge q)$ تكافئ $\sim p \vee \sim q$.
4. $\sim(p \vee q)$ تكافئ $\sim p \wedge \sim q$.

مثال إذا كانت p تُعني «حصل محمد على مئة» و q تُعني «حصل خالد على وظيفة» ؛ فإن $\sim(p \wedge q)$ ..

الحل العبارة $\sim(p \wedge q)$ تكافئ $\sim p \vee \sim q$ ، أي ننفي العباراتين مع استبدال عبارة الوصل $\wedge$ (و) بعبارة الفصل $\vee$ (أو)؛ ومنه فإن ..

لم يحصل خالد على الوظيفة أو لم يحصل محمد على مئة

تجميعات

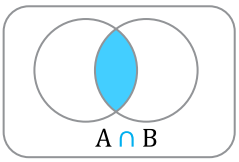
العبارة $\sim(p \wedge q)$ تكافئ ..

6 أ $p \vee q$ ب $p \wedge q$ ج $\sim p \vee \sim q$ د $\sim p \wedge \sim q$

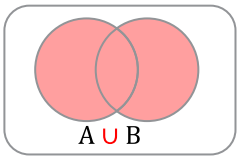
هذه مجرد عينة من كتاب تأسيس يلو 26 ، للحصول على الكتب كاملة يمكنك الاشتراك من خلال الرابط:
https://yellowqt.com/ar/xvDVKAY

أشكال ڤن

التقاطع (العناصر المشتركة)



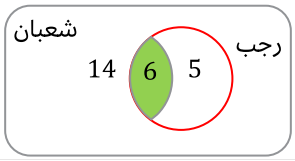
الاتحاد (جميع العناصر)



فائدة يمكن تمثيل عبارات الوصل والعبارات الشرطية بأشكال ڤن.

مثال من الشكل كم شخصًا شارك في الحملة خلال شهري رجب **و**شعبان، وكم شخصًا شارك في الحملة لشهر رجب **أو** شعبان؟

حملة الاقتصاد في استعمال الورق



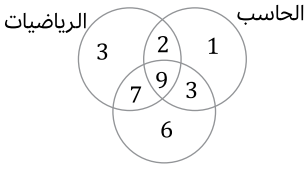
الحل

عدد الأشخاص المشاركين في الحملة في شهري رجب **و**شعبان يساوي التقاطع $= 6$.

عدد الأشخاص المشاركين في الحملة في شهر رجب **أو** شعبان يساوي الاتحاد $= 14 + 6 + 5 = 25$.

تجميعات

وفقًا للرسم المجاور فإن عدد المشتركين في مادتي الحاسب والعلوم معًا يبلغ عددهم:



7 أ 9 ب 12 ج 14 د 39

القوانين المنطقية

1 الفصل المنطقي	2 القياس المنطقي
إذا كانت العبارة الشرطية $q \to p$ صحيحة، والفرض p صحيحًا، فإن النتيجة تكون صحيحة أيضًا	إذا كانت العبارتين الشرطيتان $p \to q$ ، $r \to q$ صحيحتين؛ فإن العبارة $p \to r$ تكون صحيحة أيضًا
مثال: «إذا لم يكن في السيارة وقود؛ فإنها لن تعمل»، لا يوجد وقود في سيارة عمر .. بحسب قانون الفصل المنطقي فإنها لن تعمل.	مثال: «إذا حصلت على عمل فسوف تكسب نقودًا، وإذا كسبت نقودًا ستتمكن من شراء سيارة»، ومنه فإن .. إذا حصلت على عمل ستتمكن من شراء سيارة

مثال إذا ذاكر الطالب من يَلو سيستمتع بالمذاكرة، إذا استمتع بالمذاكرة سيحصل على درجة عالية، ما العبارة التي تنتج منطقيًّا من العبارتين السابقتين؟

الحل بحسب قانون القياس المنطقي فإن العبارة الناتجة منطقيًّا هي ..

إذا ذاكر الطالب من يَلو سيحصل على درجة عالية - إن شاء الله -

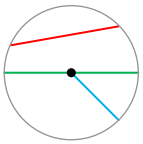
1	2	3	4	5	6	7
أ	أ	ب	ب	د	ج	ب

تنبيه انتقل لحل ملف التجميعات فور الانتهاء من الدرس!

الدائرة

مزيد من الأمثلة في الشرح

الدائرة



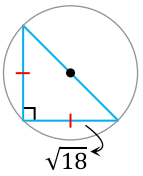
- نصف القطر r : قطعة مستقيمة أحد طرفيها على المركز والآخر على الدائرة.
- الوتر: قطعة مستقيمة طرفاها على الدائرة.
- القطر d : وتر يمر بالمركز ويتكون من نصفي قطرين.

قوانين هامة ..

1 محيط الدائرة	2 المساحة	3 قيمة π
$C = \pi d$ $C = 2\pi r$	πr^2	$\pi \approx \frac{22}{7} \approx 3.14$

4 حجم الأسطوانة	5 حجم الكرة
$V = \pi h r^2$ h الارتفاع	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

مثال أوجد محيط الدائرة في الشكل.



الحل

من المثلث القائم $45° - 45°$ ..

وتر المثلث = القطر = طول الضلع $\times \sqrt{2}$

$= \sqrt{18} \times \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6$

$C = \pi d = 6\pi$

تجميعات

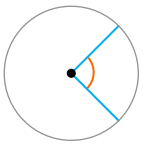
1 إذا كان محيط الدائرة A يساوي $2\sqrt{9\pi}$ فإن مساحة الدائرة تساوي ..

أ 3 ب 6 ج 9 د 12

2 إذا كان حجم الكرة الأولى أكبر بثلاث أضعاف من الثانية، وكان حجم الكرة الأولى 32π ، فكم نصف قطر الكرة الثانية؟

أ 2 ب 3 ج 4 د 5

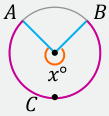
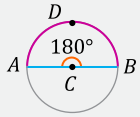
الزاوية المركزية



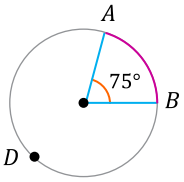
- **المقصود بها:** هي زاوية رأسها مركز الدائرة، وضلعها نصفا قطرين في الدائرة.
- مجموع قياسات الزوايا المركزية يساوي $360°$.

قياس القوس

- قياس القوس يساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له.

1 القوس الأصغر	2 القوس الأكبر	3 نصف الدائرة
		
قياس زاويته المركزية أقل من $180°$	قياس زاويته المركزية أكبر من $180°$	قياس زاويته المركزية يساوي $180°$

مثال أوجد قياس القوس ADB .



الحل

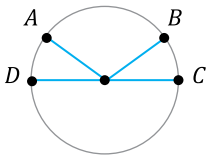
قياس الزاوية المركزية المقابلة لهذا القوس ..

$= 360° - 75° = 285°$

قياس القوس يساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له يساوي $285°$.

تجميعات

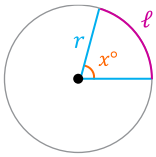
3 في الشكل $m\widehat{AB} = 3m\widehat{BC}$ و $\widehat{AD} \cong \widehat{BC}$، أوجد $m\widehat{BC}$.



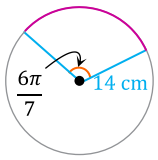
أ $72°$ ب $48°$ ج $36°$ د $24°$

طول القوس

1 الزاوية بالدرجات	2 الزاوية بالراديان
$\ell = \frac{x°}{360°} \times 2\pi r$	$\ell = x \times r$



مثال أوجد طول القوس المقابل للزاوية بوحدة cm ؟



الحل

بما أن قياس الزاوية بالراديان ..

$\ell = \frac{6\pi}{7} \times 14 = 12\pi$ cm

مثال أوجد طول القوس إذا كان طول قطر دائرة يساوي 12 والزاوية المركزية المقابلة للقوس تساوي $60°$.

الحل

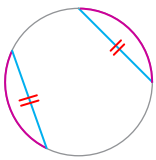
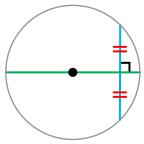
$\ell = \frac{60°}{360°} \times 2\pi \times 6 = \frac{1}{\cancel{6}} \times 2\pi \times \cancel{6} = 2\pi$

تجميعات

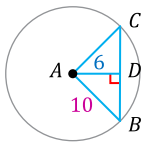
4 أوجد طول القوس إذا كان طول قطر دائرة يساوي 3 والزاوية المركزية المقابلة للقوس تساوي $60°$.

أ π ب $\frac{\pi}{2}$ ج 2π د $\frac{\pi}{3}$

نظريات في الأوتار والأقواس

1 تطابق الوتر والقوس	2 منصف الأوتار والأقواس
	
تطابق الأوتار في دائرة يؤدي إلى تطابق أقواسها، والعكس صحيح	إذا كان قطر أو نصف قطر الدائرة عموديًّا على وتر فيها؛ فإنه ينصف ذلك الوتر وينصف قوسه

مثال في الشكل أوجد طول CB .



الحل

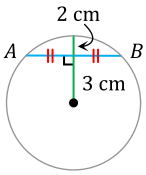
في المثلث القائم ADB ومن ثلاثيات فيثاغورس المشهورة $(6, 8, 10)$ نجد أن $BD = 8$.

وبما أن AD ينصف CB فإن ..

$CB = 2 \times 8 = 16$

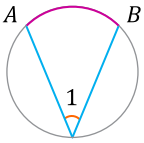
تجميعات

5 في الشكل ما طول $\overline{AB}$ بالسنتمتر؟



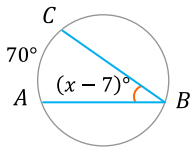
أ	4	ب	8
ج	10	د	16

الزاوية المحيطية



- **المقصود بها:** زاوية رأسها على الدائرة، وضلعها وتران للدائرة.
- **قياسها:** يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

مثال في الشكل أوجد قيمة x .

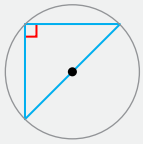


الحل بما أن قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها فإن ..

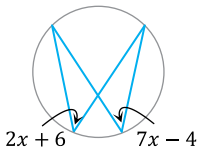
$$x - 7 = \frac{1}{2} \times 70 = 35$$
$$x = 35 + 7 = 42$$

1	الزاويتان المحيطيتان المقابلتان لنفس القوس متطابقتان (لهما نفس القياس)	2	الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون قائمة (قياسها 90°)





مثال في الشكل أوجد قيمة x .

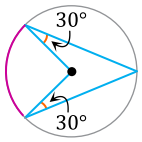


الحل بما أن الزاويتين المحيطيتين المقابلتان لنفس القوس متطابقتان فإن ..

$$2x + 6 = 7x - 4$$
$$7x - 2x = 6 + 4 = 10$$
$$5x = 10 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

تجميعات

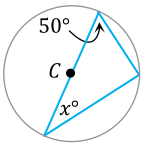
6 ما قياس القوس المظلل في الشكل؟



أ	60°	ب	120°
ج	180°	د	240°

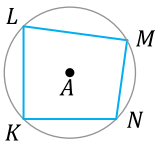
تجميعات

7 في الشكل أوجد قيمة x .



أ	50	ب	40
ج	30	د	20

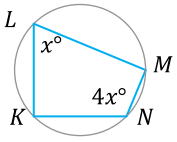
الشكل الرباعي المحاط بدائرة



- **المقصود به:** شكل رباعي تمر برؤوسه دائرة.
- **خواصه:** فيه كل زاويتين متقابلتين متكاملتان (مجموع قياسيهما 180°).

$$m\angle L + m\angle N = 180° \ , \ m\angle M + m\angle K = 180°$$

مثال في الشكل أوجد قيمة x .

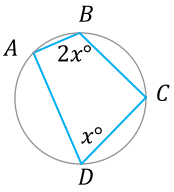


الحل

$$x + 4x = 180°$$
$$5x = 180° \quad \Rightarrow \quad x = 36$$

تجميعات

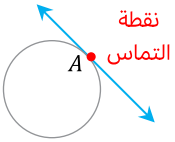
8 في الشكل قياس $m\angle B$ يساوي ..



أ	30°	ب	60°
ج	120°	د	180°

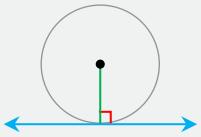
المماس

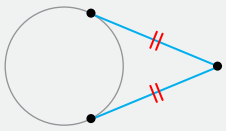
- **المقصود به:** مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة ويقطعها في نقطة واحدة تسمى نقطة التماس.



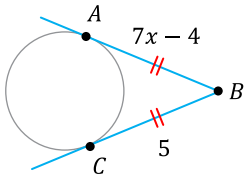
- **نظريات المماس ..**

1	المماس ونصف القطر المار بنقطة التماس متعامدان	2	القطعتان المماستان لدائرة من نقطة خارجها متطابقتان





مثال إذا كان AB, CB مماسين للدائرة فما طول AB ؟

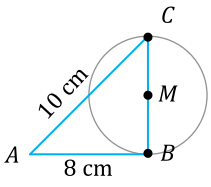


الحل

$$AB = CB$$
$$AB = 5$$

تجميعات

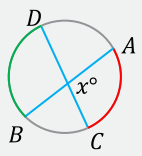
9 إذا كان $\overline{AB}$ مماسًا للدائرة M فما طول نصف قطر الدائرة بالسنتمترات؟

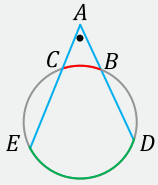


أ	2	ب	3
ج	4	د	6

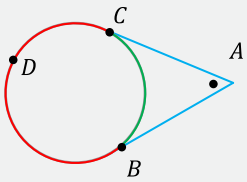
تقاطع الأوتار والمماسات

1	تقاطع وترين داخل دائرة $m\angle x = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{AC} + m\overset{\frown}{BD})$	2	تقاطع قاطعين خارج دائرة $m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{ED} - m\overset{\frown}{CB})$

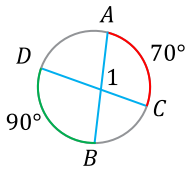




3	تقاطع مماسين خارج الدائرة $m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{BDC} - m\overset{\frown}{BC})$	



مثال أوجد قياس الزاوية 1 في الشكل.

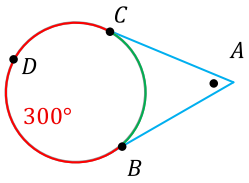


الحل

$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(70° + 90°) = \frac{1}{2}(160°)$$

$$m\angle 1 = 80°$$

مثال أوجد قياس زاوية A في الشكل.



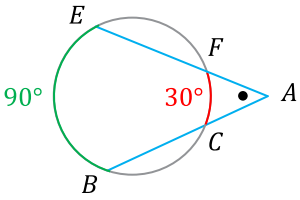
الحل

$$m\angle A = \frac{1}{2}(300° - 60°)$$

$$= \frac{1}{2}(240°) = 120°$$

تجميعات

10 في الشكل $m\angle A$ يساوي ..

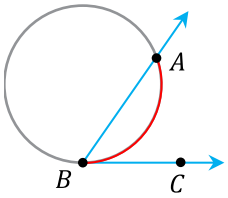


أ	30°	ب	60°
ج	90°	د	120°

الزاوية المماسية

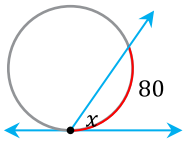
المقصود بها: زاوية محصورة بين وتر في الدائرة ومماس لها.

قياسها: يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.



$$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{AB}$$

مثال في الشكل أوجد قيمة x.

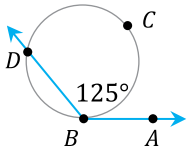


الحل

$$x = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$$

تجميعات

11 في الشكل إذا كان $m\angle ABD = 125°$ و $\overline{AB}$ مماسًا؛ فإن $m\overset{\frown}{BCD}$ يساوي ..

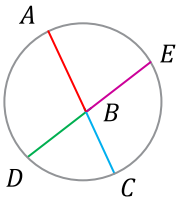


أ	62.5°	ب	125°
ج	150°	د	250°

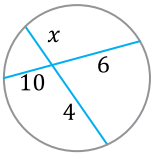
نظرية قِطَع الوتر

الوتران AC, DE متقاطعان داخل الدائرة ..

$$AB \times BC = DB \times BE$$



مثال في الشكل أوجد قيمة x.



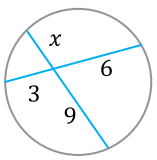
الحل

$$10 \times 6 = x \times 4$$

$$x = 15$$

تجميعات

12 قيمة x في الشكل تساوي ..

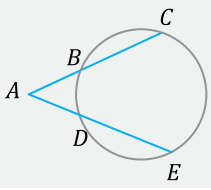


أ	2	ب	3
ج	6	د	9

نظريات القاطع

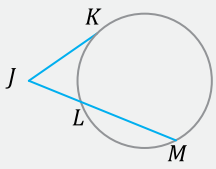
1 إذا كان AC, AE قاطعان للدائرة من نقطة خارجها فإن ..

$$AC \times AB = AE \times AD$$



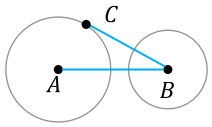
2 إذا كان JK مماس و JM قاطع لدائرة من خارجها فإن ..

$$JK^2 = JL \times JM$$



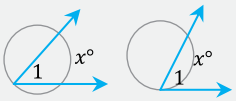
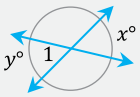
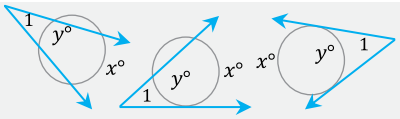
تجميعات

13 في الشكل إذا كان قطر الدائرة A يساوي 12 و $\overline{BC}$ مماسًا لها عند C وطوله يساوي 8 ، وكانت المسافة بين الدائرتين 1 ؛ فما طول قطر الدائرة B ؟



أ	3	ب	6
ج	7	د	9

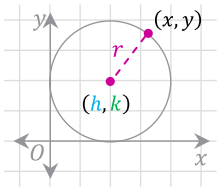
ملخص الدائرة وعلاقات الزوايا

موقع الزاوية	رسم توضيحي	قياس الزاوية 1
على الدائرة		$= \frac{1}{2}x°$
داخل الدائرة		$= \frac{1}{2}(x° + y°)$
خارج الدائرة		$= \frac{1}{2}(x° - y°)$

معادلة الدائرة

معادلة الدائرة التي مركزها (h, k) وطول نصف قطرها r ..

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$



ملاحظة إذا كان مركز الدائرة نقطة الأصل $(0,0)$ ومركزها r فإن معادلتها ..

$$x^2 + y^2 = r^2$$

تنبيه إذا كانت نقطة تقع على الدائرة، فعند التعويض بالنقطة يجب أن تحقق معادلة الدائرة.

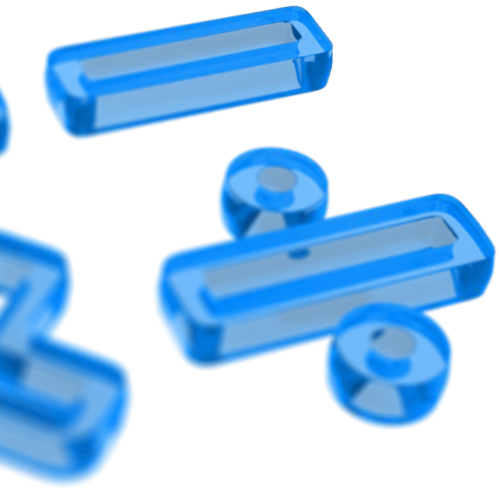
تجميعات

14 إذا حدث انعكاس لمركز الدائرة التي معادلتها $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$ حول المستقيم $y = x$ ، ثم دوران بزاوية $90°$ عكس عقارب الساعة؛ فما مركزها بعد الدوران؟

أ $(-1, -3)$ ب $(1, -3)$ ج $(-1, 3)$ د $(-3, -1)$

14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
د	ب	أ	د	أ	ب	ج	ب	ب	ب	ب	ج	أ	ج

تنبيه انتقل لحل ملف التجميعات فور الانتهاء من الدرس!



الرياضيات

ثاني ثانوي

%33

تهانينا، أكملت 33%

النجـاح هو نتاج الاجتهاد والمثابـرة، وليس نتيجة لحظات عابرة. الطريق قد يكون طويلاً، لكن مع كل خطـوة تقتـرب أكثـر مـن حلمـك، ومـع كل عقبـة تتغلب عليها تكتسب مزيداً من القوة والثقة.

تـم بـذل مجهود كبير لإخراج الملف بشـكل يليـق بطلابنا الأعزاء، لذا نرجو تقدير جهودنا ومُراقبة الله أولًا، حيـثُ أننـا **لا نحلـل ولا نسـمح** بنشـر الملـف أو أجـزاء منـه أو مذاكرتـه دون شـرائه، ويحـق للمنصـة اتخـاذ الاجـراءات القانونيـة اللازمة إذا اتضح خلاف ذلك كـون الملفات محميـة بنظام الملكية الفكرية السـعودية.

(علمًا أنه لا مانع من مشـاركة صورة معلومة للسـؤال عنها أو شـرحها وما شـابه)

yellowqt_sa

+966 55 260 7852

شـارك إنجازك بصورة ومنشنّا

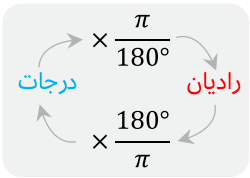
حساب المثلثات

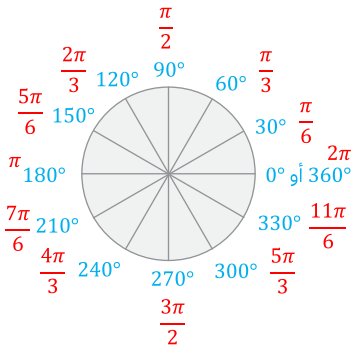
مزيد من الأمثلة في الشرح

وحدات قياس الزاوية

1 **القياس الستيني:** وحدته الدرجة.

2 **القياس الدائري:** وحدته الراديان.





ملاحظة تدور الأرض كل 24 ساعة حول نفسها دورة كاملة ($360° = 2\pi$)، أي أن الساعة الواحدة تعادل $\frac{\pi}{12} = 15°$.

مثال كم تساوي 3π بالدرجات؟

الحل

$$\text{الزاوية بالدرجات} = 3\pi \times \frac{180°}{\pi} = 540°$$

مثال دارت الأرض حول نفسها لمدة 6 ساعات، ما قياس زاوية الدوران بالراديان؟

الحل

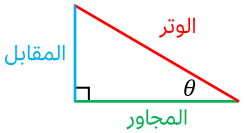
$$\text{زاوية الدوران} = 6 \times 15° \times \frac{\pi}{180°} = 90° \times \frac{\pi}{180°} = \frac{\pi}{2}$$

تجميعات

1 دارت الأرض حول نفسها لمدة 4 ساعات، ما قياس زاوية الدوران بالراديان؟

أ $\frac{\pi}{4}$ ب $\frac{\pi}{3}$ ج 3π د 4π

الدوال المثلثية في المثلث القائم



1 sin : تُعني جيب.

2 cos : تُعني جيب تمام.

3 tan : تُعني ظل.

الدالة	مقلوبها
$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$	$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$
$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$
$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$
$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

مثال إذا كان $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ؛ فما قيمة $\csc x$ ؟

الحل

$$\csc x = \frac{1}{\sin x} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

تجميعات

2 العبارة $\sin\theta \cdot \cot\theta$ تساوي ..

أ $\sin\theta$ ب $\sec\theta$ ج $\cos\theta$ د $\csc\theta$

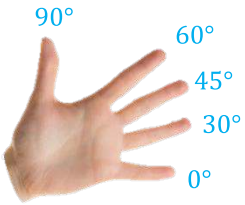
قيم الدول المثلثية للزوايا الخاصة والربعية

θ	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف	0	غير معرف	0

فائدة يمكن استخدام الدوال المثلثية لإيجاد أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا المجهولة في المثلث قائم الزاوية.

إيجاد القيم بطريقة سهلة

يمكن إيجاد قيم الدوال المثلثية بطريقة سهلة عن طريق أصابع اليد اليسرى كالتالي ..



$$\sin\theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع أسفل الزاوية}}}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع أعلى الزاوية}}}{2}$$

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع أسفل الزاوية}}}{\sqrt{\text{عدد الأصابع أعلى الزاوية}}}$$

مثال ما قيمة $\cos 60°$ ؟

الحل

$$\cos 60° = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع أعلى الزاوية}}}{2} = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$$

مثال ما قيمة $\tan 45°$ ؟

الحل

$$\cos 45° = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع أسفل الزاوية}}}{\sqrt{\text{عدد الأصابع أعلى الزاوية}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

تجميعات

3 قيمة $\cot 30°$ تساوي ..

أ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ب 3 ج $\frac{1}{\sqrt{3}}$ د $\sqrt{3}$

تجميعات

4 إذا كان $\csc\theta = 2$ ، فإن $\tan\theta$ تساوي...

أ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ب $\sqrt{3}$ ج 1 د $\frac{\sqrt{2}}{2}$

معكوس الدالة المثلثية

كما نحلّ المعادلات (مثلاً $3x = 27$) فإنه يمكن إيجاد قيمة الزاوية من خلال معكوس الدالة المثلثية كالتالي...

إذا كان	فإن	مجال	مدى
$\sin\theta = x$	$\sin^{-1} x = \theta$	$-1 \le x \le 1$	$\frac{-\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$
$\cos\theta = x$	$\cos^{-1} x = \theta$	$-1 \le x \le 1$	$0 \le \theta \le \pi$
$\tan\theta = x$	$\tan^{-1} x = \theta$	R	$\frac{-\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$

تنبيه $\sin^{-1}(\sin\theta) = \theta$ حيث $\frac{-\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$

مثال ما قيمة $\sin^{-1} 1$ ؟

الحل الزاوية التي قيمة sin لها يساوي 1 هي الزاوية $90°$.

تجميعات

5 إذا كان $\sin^{-1}(\cos x) = \frac{\pi}{6}$ فما قيمة x ؟

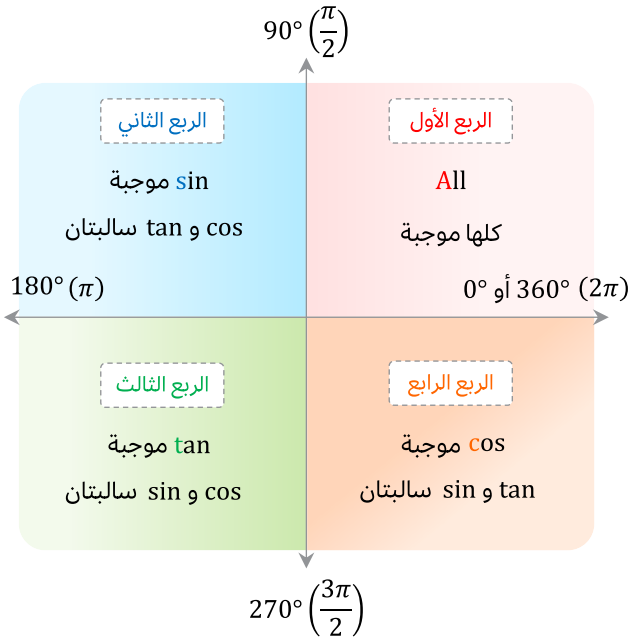
أ $\frac{\pi}{6}$ ب $\frac{1}{2}$

ج $\frac{\pi}{3}$ د $\frac{\sqrt{3}}{3}$

هذه مجرد عينة من كتاب تأسيس يلو 26 ، للحصول على الكتب كاملة يمكنك الاشتراك من خلال الرابط:
https://yellowqt.com/ar/xvDVKAY

إشارة الدوال المثلثية

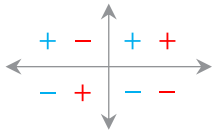
نستخدم قاعدة ASTC لمعرفة الدالة الموجبة كما هو موضح ..



تذكير مقلوب الدوال يكون لها نفس الإشارة أيضًا في الربع ذاته.

مثال المقدار $\frac{\sin\theta}{\tan\theta}$ موجبًا في الربعين ..

الحل لكي يكون المقدار موجب يجب أن يكون sin و tan موجبين معًا أو سالبين معًا ..
ومن الشكل الذي يمثل إشارات الدالتين فإن الربعين هما الأول والرابع.



تجميعات

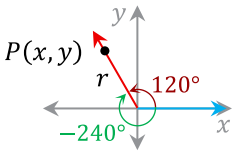
6 المقدار $\frac{\sin\theta}{\tan\theta}$ سالبًا في الربعين ..

أ الأول والثاني ب الثاني والثالث

ج الثالث والرابع د الأول والرابع

الدوال المثلثية للزوايا

الزاوية المرسومة في الوضع القياسي: تكون الزاوية المرسومة في المستوى الإحداثي في الوضع القياسي إذا كان رأسها نقطة الأصل، وأحد ضلعيها منطبقًا على الجزء الموجب من المحور x .



1. يُسمّى الضلع المنطبق على المحور x ضلع الابتداء للزاوية.
2. يُسمّى الضلع الذي يدور حول نقطة الأصل ضلع الانتهاء.
3. القياس الموجب: إذا دار ضلع الانتهاء عكس اتجاه عقارب الساعة.
4. القياس السالب: إذا دار ضلع الانتهاء في اتجاه عقارب الساعة.

لكل زاوية في **الوضع القياسي** يمر ضلعها النهائي بالنقطة (x, y) فإن ..

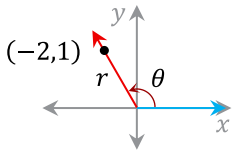
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad \sin\theta = \frac{y}{r} \quad , \quad \cos\theta = \frac{x}{r} \quad , \quad \tan\theta = \frac{y}{x}$$

تذكير

1. الإحداثي x موجب في الربعين الأول والرابع وسالب في الثاني والثالث.
2. الإحداثي y موجب في الربعين الأول والثاني وسالب في الثالث والرابع.

مثال إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(-2, 1)$ فإن الزاوية تكون ..

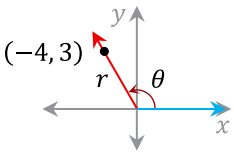
الحل بما أن الإحداثي x سالب (-2) فإنه يقع في الربع الثاني أو الثالث، والإحداثي y موجب (1) فإنه يقع في الربعين الأول أو الثاني، ونلاحظ أن ضلع الانتهاء يقع في الربع الثاني أي أن الزاوية منفرجة.



مثال في الشكل $\sec\theta$ تساوي ..

الحل

$$x = -4 \ , \ y = 3$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2}$$
$$= \sqrt{25} = 5$$
$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{r}{x} = \frac{5}{-4} = -\frac{5}{4}$$



تجميعات

7 إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(-1,1)$ فإن الزاوية تكون ..

أ منفرجة ب قائمة

ج حادة د عمودية

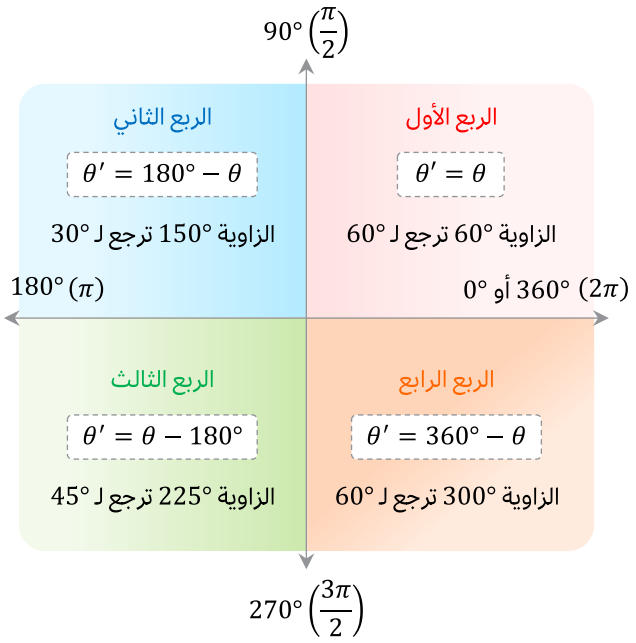
تجميعات

8 إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(-3, 4)$ ، فإن $\cos\theta$ تساوي ..

أ $-\frac{4}{5}$ ب $-\frac{3}{5}$

ج $\frac{3}{5}$ د $\frac{4}{5}$

الزاوية المرجعية θ'



تنبيه في الحل: نوجد أولًا الزاوية المرجعية θ' ثم نوجد قيمة الدالة المثلثية لها ثم نحدد إشارة الناتج بحسب الربع الذي تقع فيه الزاوية الأصل θ .

مثال ما قيمة $\sin 225°$ ؟

الحل الزاوية تقع في الربع الثالث وتكون sin لها سالبة ..

$$\sin 225° = -\sin(225° - 180°) = -\sin 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

مثال ما قيمة $\sec 330°$ ؟

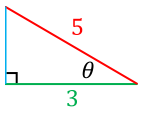
الحل الزاوية تقع في الربع الرابع وتكون sec (مقلوب cos) لها موجبة ..

$$\sec 330° = \sec(360° - 330°) = \sec 30° = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

ملاحظة إذا عُلمت دالة مثلثية واحدة فإنه يمكن إيجاد بقية الدوال عن طريق عمل مثلث فيثاغورس، وإيجاد أطوال بقية الأضلاع مع مراعاة الربع الذي تقع فيه الزاوية المُعطاة في السؤال.

مثال إذا كان $\sec\theta = \frac{5}{3}$ و $0° < \theta < 90°$ فإن قيمة $\sin\theta$ تساوي ..

الحل بما أن $\sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ ، فنقوم برسم مثلث.



ومن ثلاثيات فيثاغورث المشهورة، الثالث $= 4$.

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5}$$

وبما أن الزاوية تقع في الربع الأول فإنها تكون موجبة.

تجميعات إذا كان $\cos\theta = \frac{-4}{5}$ و $90° < \theta < 180°$ فإن قيمة $\sin\theta$ تساوي ..

9

أ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	ب	$-\frac{3}{5}$
ج	$\frac{3}{5}$	د	$-\frac{5}{3}$

الدورة الكاملة

1. إذا كان θ أكبر من $360°$ ⇐ نطرح منها $360°$ أو مضاعفاتها
2. إذا كان θ أصغر من $0°$ ⇐ نضيف عليها $360°$ أو مضاعفاتها

مثال ما قيمة $\sin(-300°)$ ؟

الحل

$$\sin(-300°) = \sin(-300° + 360°) = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

مثال ما قيمة $\cos 420°$ ؟

الحل

$$\sin 420° = \sin(420° - 360°) = \cos 60° = \frac{1}{2}$$

تجميعات أوجد قيمة $\sin 840°$.

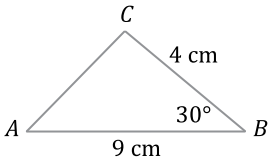
10

أ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	ب	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
ج	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	د	$\frac{1}{2}$

مساحة المثلث

مساحة المثلث تساوي نصف حاصل ضرب طولي ضلعين في جيب (sin) الزاوية المحصورة بينهما.

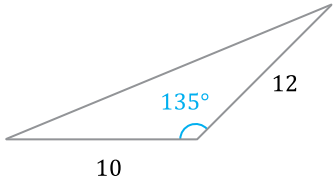
مثال في الشكل ما مساحة المثلث؟



الحل

$$= \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 30°$$
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 9 \times \sin 30°$$
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 9 \times \frac{1}{2} = 9\ \text{cm}^2$$

تجميعات في الشكل ما مساحة المثلث؟

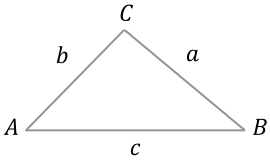


11

أ	120	ب	$120\sqrt{2}$
ج	$30\sqrt{2}$	د	30

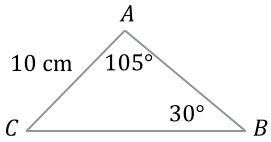
قانون الجيوب

تُستعمل القوانين لإيجاد المجهول من أطوال أضلاع المثلث وقياس زواياه ..



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

مثال في الشكل أوجد طول AB ؟

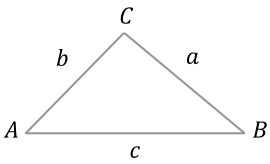


الحل

$$m\angle C = 180° - (105° + 30°)$$
$$m\angle C = 45°$$

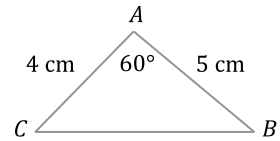
$$\frac{\sin 30°}{10} = \frac{\sin 45°}{AB} \Rightarrow AB = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times 10}{\frac{1}{2}} = 10\sqrt{2}$$

قانون جيوب التمام



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

مثال في الشكل أوجد طول BC ؟



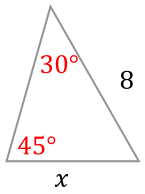
الحل

$$(BC)^2 = 5^2 + 4^2 - 2(5)(4)\cos 60°$$

$$(BC)^2 = 25 + 16 - 20 \quad \Rightarrow \quad BC = \sqrt{21}$$

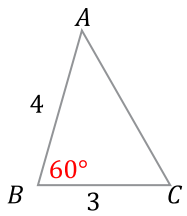
نستخدم		إذا علم
1	قانون الجيوب	1 قياس زاويتين وطول أي ضلع في مثلث . 2 طولي ضلعين وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما.
2	قانون جيوب التمام	1 أطوال الأضلاع الثلاثة. 2 طولي ضلعين وقياس الزاوية بينهما.

تجميعات 12 في الشكل ما قيمة x ؟



أ	4	ب	$4\sqrt{2}$
ج	$8\sqrt{2}$	د	8

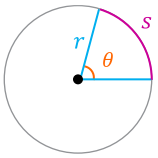
تجميعات 13 أوجد طول الضلع الثالث AC .



أ	3.6	ب	5
ج	25	د	7

طول القوس

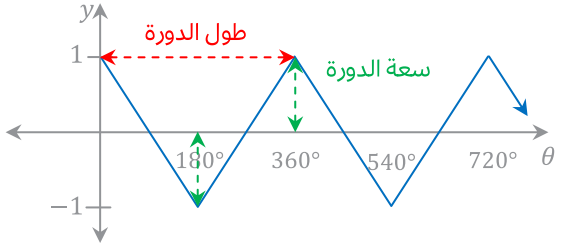
طول القوس s
$s = r\theta$
r نصف القطر ، θ قياس الزاوية بالراديان



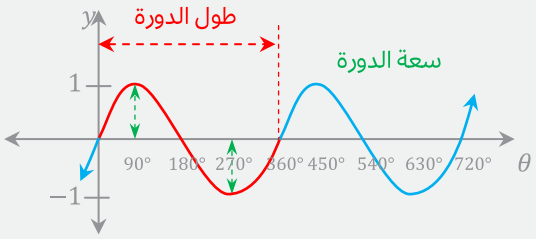
الدوال الدورية

الدالة الدورية: هي الدالة التي تمثيلها عبارة عن تكرار لنمط على فترات منتظمة متتالية، والدوال المثلثية هي دوال دورية.

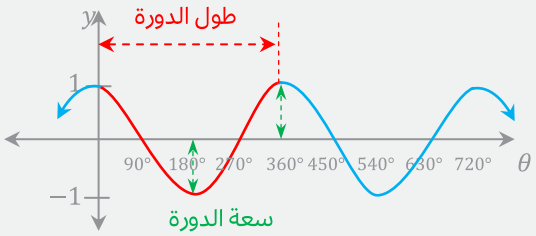
الدورة: النمط الكامل الواحد من التمثيل.



تمثيل دالتي sin, cos ..



$\sin\theta$



$\cos\theta$

المجال	R	المدى	$[-1, 1]$

طول الدورة والسعة للدوال

الدالة	طول دورتها	سعتها
$a\sin b\theta$	$\frac{360°}{\lvert b\rvert}$	$\lvert a\rvert$
$a\cos b\theta$	$\frac{360°}{\lvert b\rvert}$	$\lvert a\rvert$
$a\tan b\theta$	$\frac{180°}{\lvert b\rvert}$	غير معرفة

مثال أوجد السعة وطول الدورة على الترتيب للدالة $y = -4\sin 5\theta$ ؟

الحل

$$\text{السعة} = |4| = 4$$

$$\text{طول الدورة} = \frac{360°}{|5|} = 72°$$

مثال أوجد قيمة a, b في الدالة $y = a\cos b\theta$ إذا علمت أن السعة تساوي 3 وطول الدورة تساوي $60°$.

الحل

$$\text{السعة} = |a| = \pm 3 \text{ , طول الدورة} = 60° = \frac{360°}{b} \quad \Rightarrow \quad b = 6$$

تجميعات 14 إذا كان طول دورة الدالة $f(x) = k\cos kx$ يساوي $\frac{\pi}{2}$ ؛ فإن سعتها تساوي ..

أ	1	ب	2	ج	4	د	8

1	2	3	4	5	6	7
ب	ج	د	أ	ج	ب	أ
8	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
ب	ج	أ	ج	ب	أ	ج

تنبيه انتقل لحل ملف التجميعات فور الانتهاء من الدرس!

الإحصاء

مزيد من الأمثلة في الشرح

أنواع الدراسات

الدراسات المسحية	جمع بيانات أو استفتاء عن الأشياء أو الأشخاص دون تعديل فيها، ولتجنب التحيز في الدراسات المسحية المعتمدة على العينات: 1 نبحث عن أكبر عينة ممكنة 2 نبتعد عن العينات المتحيزة
الدراسة بالملاحظة	تسجيل الملاحظات على العينة دون محاولة للتأثير في النتائج.
الدراسة التجريبية	معالجة وإجراء تعديل على الأشخاص أو الأشياء وتسجيل ملاحظات استجابتهم.

أنواع البيانات

عند جمع البيانات في دراسة مسحية على مدرسة ..

- إذا شملت البيانات طلاب المدرسة جميعهم فتسمى **مجتمع**
- إذا تم اختيار عدد محدود من طلاب المدرسة مثل 100 طالب فتُسمى **عينة**

أنواع العينات

- **عينة متحيزة**
  - يتم فيها تفضيل بعض أقسام المجتمع على البعض الآخر
  - مثل: سؤال عينة من أحد المقاهي عمّا إذا كانوا يحبون الخروج لشرب القهوة
- **عينة غير متحيزة**
  - يتم اختيارها عشوائيًا ويكون لجميع الأقسام الفرصة نفسها للتواجد في العينة الدراسية
  - مثل: سؤال الناس في مجمع تجاري عن مدى تفضيلهم لشرب القهوة في الخارج

تجميعات

1 إذا أردنا أن نعمل دراسة عن مدى وعي الناس بأهمية التطوع، على من نعمل عليهم الدراسة؟

أ طلاب وطالبات الجامعة ب طلاب الدراسات الأدبية

ج طلاب وطالبات مجال التثقيف الصحي د رجال الأعمال المتطوعين

تجميعات

2 أراد معلم رياضيات أن يكوّن مجموعة رياضيات، فأي الأسئلة التالية يسألها للطلاب بدون تحيز؟

أ ما المادة التي تود المشاركة فيها؟ ب هل تفضل الرياضيات أم العلوم؟

ج هل تود الاشتراك في مجموعة رياضيات؟ د هل تحب رياضيات؟

مقاييس النزعة المركزية

المقياس	استخدامه	إيجاد قيمته
المتوسط الحسابي (الوسط الحسابي)	عندما لا توجد في البيانات قيم متطرفة	$\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$
الوسيط	عندما توجد قيم متطرفة، ولا توجد فجوات في المنتصف	نرتب البيانات أولا تصاعديا أو تنازليا، وإذا كان.... عدد القيم فردي: الوسيط هو القيمة في المنتصف. عدد القيم زوجي: الوسيط هو متوسط القيمتين في المنتصف.
المنوال	عندما تحوي البيانات قيم متكررة	القيمة الأكثر تكرارا

- **هامش الخطأ:** عند سحب عينة حجمها n من مجتمع كلي فإن ..

$$\text{هامش الخطأ} = \pm\frac{1}{\sqrt{n}}$$

مثال

في دراسة مسحية شملت 400 شخص، أفاد 73% منهم أن الهواتف مفيدة، فإن نسبة أفراد المجتمع الذي قالوا إن الهواتف مفيدة تتراوح بين ..

الحل

$$\text{هامش الخطأ} = \pm\frac{1}{\sqrt{n}} = \pm\frac{1}{\sqrt{400}} = \pm\frac{1}{20} = \pm 5\%$$

$$\text{نسبة أفراد المجتمع} \begin{cases} = 73\% + 5\% = 78\% \\ = 73\% - 5\% = 68\% \end{cases}$$

أي أن نسبتهم تتراوح بين 68% و 78% .

تجميعات

3 أي مقاييس النزعة المركزية يناسب البيانات التالية بشكل أفضل ؟ 15, 46, 52, 47, 75, 42, 53, 45

أ الوسط ب الوسيط ج التباين د المنوال

تجميعات

4 احسب المتوسط الحسابي لخمسة أعداد وسيطهم 12 والمنوال 14 و 5 .

أ 12 ب 10 ج 8 د 5

مقاييس التشتت

- هي مقاييس تصف مدى تباعد البيانات أو تقاربها من الوسط الحسابي.
- **المدى:** هو الفرق بين أكبر وأصغر قيمة.
- قانونا الانحراف المعياري (σ) :

للعينة

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{n}\left((x_k - \overline{x})\right)^2}{n-1}}$$

للمجتمع

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{n}\left((x_k - \mu)\right)^2}{n}}$$

حيث $\mu, \overline{x}$ المتوسط الحسابي، x_k القيم، n عدد القيم

الدوال الأصلية والتكامل غير المحدد

الدالة الأصلية: الدالة $F(x)$ تسمى دالة أصلية للدالة $f(x)$ إذا كانت مشتقة $F(x)$ هي نفسها $f(x)$.

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

رمز التكامل

الدالة الأصلية لـ $f(x)$

ثابت التكامل

قواعد التكامل:

القاعدة	$\int k\ dx = kx + C$
مثال	$\int 3\ dx = 3x + C$

القاعدة	$\int x^n\ dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C\ ,\ n \neq -1$
مثال	$\int 4x^7\ dx = \frac{4x^{7+1}}{7+1} + C = \frac{4x^8}{8} + C = \frac{x^8}{2} + C$

القاعدة	$\int [g(x) \pm f(x)]\ dx = G(x) \pm F(x) + C$
مثال	$\int (3x^2 - 8x + 5)\ dx = \frac{3x^{2+1}}{2+1} - \frac{8x^{1+1}}{1+1} + 5x + C$ $= x^3 - 4x^2 + 5x + C$

تجميعات

9 ما هي الدالة الأصلية للدالة $f(x) = 3x^2$ ؟

أ $x^3 + C$ ب $x^4 + C$ ج $\frac{1}{4}x^4 + C$ د $\frac{1}{3}x^4 + C$

تجميعات

10 أوجد الدالة الأصلية للدالة $(x^{\frac{1}{3}} - 1)$.

أ $\frac{3x^{\frac{4}{3}}}{4} - x + C$ ب $\frac{x^{\frac{-2}{3}}}{4} - x + C$

ج $\frac{2x^{\frac{2}{3}}}{3} - x + C$ د $x^{\frac{1}{3}} - x + C$

التكامل المحدد

إذا كانت الدالة $F(x)$ دالة أصلية للدالة المتصلة $f(x)$ فإن ..

القاعدة	$\int_a^b f(x)\ dx = F(x)\Big\|_a^b = F(b) - F(a)$
مثال	$\int_1^4 3x^2\ dx = \frac{3x^3}{3}\Big\|_1^4 = x^3\Big\|_1^4 = F(4) - F(1)$ $= (4)^3 - (1)^3 = 63$

الجمع والطرح في التكامل المحدود ..

$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)]\ dx = \int_a^b f(x)\ dx \pm \int_a^b g(x)\ dx$$

تجميعات

11 إذا كان $\int_1^n 4x^3\ dx = 15$ فما قيمة n ؟

أ $\frac{1}{4}$ ب 2

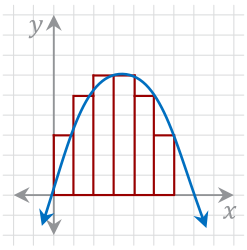
ج 4 د 8

تطبيقات التكامل

1 إيجاد دالة الموقع لجسم ..

تكامل دالة السرعة اللحظية المتجهة $v(t)$ يُعطي دالة الموقع $s(t)$.

2 مساحة تحت المنحنى ..



يمكن إيجاد المساحة التقريبية تحت منحنى الدالة بتقسيمه إلى مستطيلات متساوية العرض وتكون المساحة التقريبية هي مجموع مساحة المستطيلات.

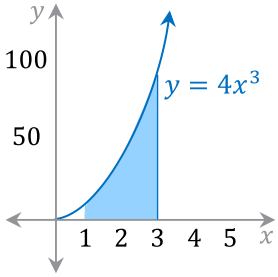
3 مساحة تحت المنحنى بالتكامل ..

يمكن إيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة ومحور x على الفترة $[a, b]$ بالتكامل كالتالي ..

$$\text{المساحة} = \int_a^b f(x)\ dx$$

مثال

أوجد مساحة الجزء المظلل في الرسم البياني ..



الحل

نلاحظ أن المساحة على الفترة $[1, 3]$..

$$\int_1^3 4x^3\ dx = \frac{4x^4}{4}\Big|_1^3 = F(3) - F(1) = (3)^4 - (1)^4 = 80$$

تجميعات

12 المساحة المحصورة بين المنحنى $y = 4 - 3x^2$ و محور x في الفترة $[0,1]$ تساوي ..

أ 3 ب 5

ج 6 د 10

1	2	3	4	5	6
ج	ج	ب	أ	ب	ب
7	8	9	10	11	12
ب	ب	أ	أ	ب	أ

تنبيه انتقل لحل ملف التجميعات فور الانتهاء من الدرس!